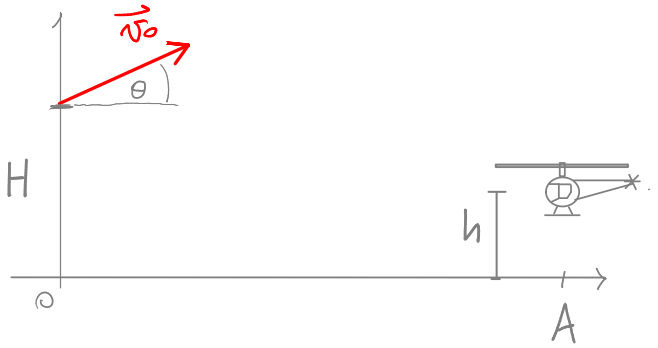
Versión 1



$v = 15\ [m/s]$

$h = 20\ [m]$

$A = 97\ [m]$

(a)

$H = 34{,}1\ (m)$

$\vec{r}(0) = 34{,}1\,\hat{\jmath}\ [m]$

$\vec{a} = -9{,}8\,\hat{\jmath}\ [m/s^2]$ (1)

$\vec{r}_h(0) = 97\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}\ (m)$ (1)

$\vec{v}_h = -15\,\hat{\imath}\ [m/s]$

$\vec{v}(0) = v_0\cos\theta\,\hat{\imath} + v_0\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath}\ [m/s]$ (2)

(b)

Helicóptero:

$\vec{r}_h(t) = \int \vec{v}_h\,dt = \int -15\hat{\imath}\,dt = -15t\hat{\imath} + \vec{C}$ (2)

$\vec{r}_h(0) = \vec{C} = 97\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{r}_h(t) = (97 - 15t)\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}\ [m]}$

Proyectil:

$\vec{v}(t) = \int \vec{a}\,dt = \int -9{,}8\hat{\jmath}\,dt = -9{,}8t\hat{\jmath} + \vec{D}$ (2)

$\vec{v}(0) = v_0\cos\theta\,\hat{\imath} + v_0\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath} \Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = v_0\cos\theta\,\hat{\imath} + (v_0\,\text{sen}\,\theta - 9{,}8t)\hat{\jmath}\ [m/s]}$

$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t)\,dt = v_0\cos\theta\,t\,\hat{\imath} + (v_0\,\text{sen}\,\theta\,t - 4{,}9t^2)\hat{\jmath} + \vec{E}$ (3)

$\vec{r}(0) = 34{,}1\,\hat{\jmath} = \vec{E}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = v_0\cos\theta\,t\,\hat{\imath} + (34{,}1 + v_0\,\text{sen}\,\theta\,t - 4{,}9t^2)\hat{\jmath}\ [m]}$

(c)

$\vec{r}(t) = \vec{r}_h(t) \Rightarrow$ (1)

$\left.\begin{aligned} v_0\cos\theta\,t &= 97 - 15t \\ 34{,}1 + v_0\,\text{sen}\,\theta\,t - 4{,}9t^2 &= 20 \end{aligned}\right\}$ (2)

con $t = 3\ (s)$

$v_0\cos\theta = 52/3 = 17{,}3$

$v_0\,\text{sen}\,\theta = 10$

$\Rightarrow \vec{v}_0 = 17{,}3\hat{\imath} + 10\hat{\jmath}\ [m/s]$ (2)

$\|\vec{v}_0\| = \sqrt{17{,}3^2 + 10^2} = 20\ [m/s]$ (1)

(d)

$\vec{v}(t) = 17{,}3\hat{\imath} + (10 - 9{,}8t)\hat{\jmath}\ [m/s] \Rightarrow \vec{v}(3) = 17{,}3\hat{\imath} - 19{,}4\hat{\jmath}\ [m/s]$ (2)

(e) Altura máxima ocurre si $v_y = 0 \longrightarrow 10 - 9{,}8t = 0 \quad t = 1{,}02\ [s]$ (1)

$\vec{r}(t) = 17{,}3t\hat{\imath} + (34{,}1 + 10t - 4{,}9t^2)\hat{\jmath}\ [m]$

y $h_{max} = r_y(1{,}02) = 34{,}1 + 10\cdot 1{,}02 - 4{,}9\cdot 1{,}02^2$

$h_{max} = 39{,}2\ [m]$ (2)

(f)

$\vec{r}_h(0) = 97\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}\ [m]$

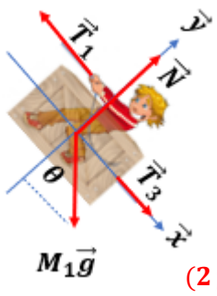
$\vec{r}_h(3) = (97 - 15\cdot 3)\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}$

$r_{hx}(3) - r_{hx}(0) = 97 - 52 = 45\ [m]$ (2)

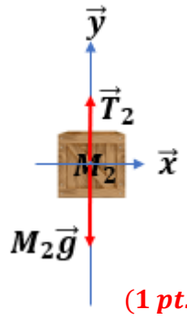
Tema II (35 Puntos)

Sol:

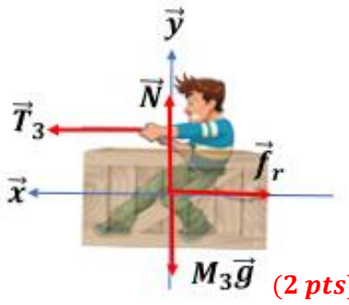
a) **(13.5 pts)** Dibuje un diagrama de cuerpo libre para las 3 masas, un diagrama de fuerzas sobre la polea móvil, y escriba las ecuaciones de movimiento suponiendo que M_3 se encuentra en reposo y a punto de deslizar hacia la izquierda sobre el plano horizontal (sistema en equilibrio).



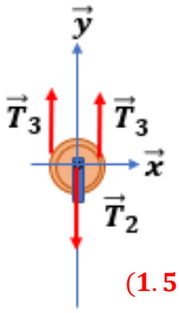
(2 pts)



(1 pts)



(2 pts)



(1.5 pts)

Para M_1
$\sum F_x: T_3 + M_1 g \sin\theta - T_1 = 0$ ... (1)
$\sum F_y: N - M_1\, g \cos\theta = 0$ ... (2)

(2 pts)

Para M_2
$\sum F_y: T_2 - M_2 g = 0$ ... (3)

(1 pts)

Para M_3
$\sum F_x: T_3 - f_r = 0$ ... (4)
$\sum F_y: N - M_3 g = 0$ ... (5)
$f_r = \mu_e N$ ... (6)

(3 pts)

Para polea móvil
$\sum F_y: 2T_3 - T_2 = 0$ ... (7)

(1 pts)

b) **(10 pts)** Determine el valor de la masa M_3 y la tensión de la cuerda 1 para que el sistema se encuentre en equilibrio.

De (3), (4), (5), (6) y (7)

$f_r = \frac{T_2}{2}$ *por ec (4)y(7)*

$\Rightarrow \mu_e M_3 g = \left(\frac{M_2 g}{2}\right)$ *por ec (5)(6)y(3)*

$\Rightarrow M_3 = \frac{(M_2)}{2\mu_e}$ *por ec (4)*

$\therefore M_3 = \frac{(30.0)}{2 \cdot 0.600} = 25.0$ [kg]

(5 pts)

De (1), (7) y (3)

$T_1 = T_3 + M_1 g \sin\theta$ *por ec (1)*

$\Rightarrow T_1 = \left(\frac{M_2 g}{2}\right) + M_1 g \sin\theta$ *por ec (7) y (3)*

$\therefore T_1 = \left(\frac{30.0 \cdot 9.81}{2}\right) + 67.0 \cdot 9.81 \sin 30.0° = 475.78$ [N]

$\approx 4.76 \cdot 10^2$ [N]

(5 pts)

c) **(11.5 pts)** Suponga ahora que el extremo de la cuerda 3 ha sido atada al poste de luz (ver figura 2) y que la cuerda 1 se corta de forma instantánea.
Entonces determine: las ecuaciones necesarias, la aceleración de la masa M_2 y la tensión de la cuerda 3.

Las expresiones (1) y (3) del inciso a) toman la siguiente forma.

(1 pts) $\sum F_x: T_3 + M_1 g \sin\theta - \overset{0}{T_1} = M_1 a_1$ ... (8)

(1 pts) $\sum F_y: T_2 - M_2 g = -M_2 a_2$ ... (9)

(1.5 pts)

De (8), (9) y (7) tomando en cuenta que $2a_2 = a_1$ se obtiene que:

$T_3 + M_1 g \sin\theta = M_1 (2a_2)$ ... (*)
$(2T_3) - M_2 g = -M_2 a_2$ ... (**)

$\rightarrow T_3 = -M_1 g \sin\theta + 2M_1 a_2$ *introduciendo en* (**)

$\Rightarrow 2(-M_1 g \sin\theta + 2M_1 a_2) - M_2 g = -M_2 a_2$

$\Rightarrow a_2 = \left(\frac{2M_1 \sin\theta + M_2}{4M_1 + M_2}\right) g$ *Reemplazando en* (*)

$\Rightarrow T_3 + M_1 g \sin\theta = M_1 \left[2\left(\frac{2M_1 \sin\theta + M_2}{4M_1 + M_2}\right) g\right]$ $\Rightarrow T_3 = \frac{2M_1 g(2M_1 \sin\theta + M_2) - M_1 g \sin\theta\,(4M_1 + M_2)}{4M_1 + M_2}$

$\Rightarrow T_3 = \frac{M_2 M_1 (2 - \sin\theta) g}{M_2 + 4M_1}$

(3 pts) → *Por desarrollo del sistema*

$a_2 = \left(\frac{2M_1 \sin\theta + M_2}{4M_1 + M_2}\right) g$ $\wedge$ $T_3 = \frac{M_2 M_1 (2 - \sin\theta) g}{M_2 + 4M_1}$

$\Rightarrow a_2 = \left(\frac{2 \cdot 67.0 \sin 30.0° + 30.0}{4 \cdot 67.0 + 30.0}\right) 9.81 \approx 3.19 \left[\frac{m}{s^2}\right]$ $\Rightarrow T_3 = \frac{30.0 \cdot 67.0\,(2 - \sin 30.0°)\, 9.81}{30.0 + 4 \cdot 67.0} \approx 99.2$ [N]

(2.5 pts) **(2.5 pts)**